Svar till instuderingsfrågor 6

Relativitetsteori
Sommarkurs, Fysikum

1. Världsvektorn till ett föremål är en pil som pekar längs föremålets färdriktning *i rumtiden* (dvs. den är tangent till föremålets världslinje) och som har en längd som är lika med föremålets massa. Den totala världsvektorn till ett system bestående av flera föremål får man genom att addera föremålens individuella världsvektorer.

2. Viloenergin är världsvektorns längd m multiplicerad med c^2; tidsdelens längd gånger c^2 är den totala energin; rörelseenergin är skillnaden mellan dessa. (Och dessutom: rumsdelen multiplicerad med c är rörelsemängden.)

3.
   (a) Rätt.

   (b) Fel. Så länge hastigheterna är små ges rörelsemängden hos ett föremål av dess massa m gånger dess hastighet v. Men det korrekta uttrycket, som gäller för alla hastigheter, är

   $$p = \frac{mv}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$$

   Rörelsemängdspilen ges av världsvektorns rumsdel multiplicerad med c.

   (c) Rätt.

4.
   (a) $$K_{\text{Newton}} = \frac{m v^2}{2} = \frac{1 \cdot (0{,}01 \cdot 3 \cdot 10^8)^2}{2} = 4{,}5 \cdot 10^{12} \text{ Joule}$$

   (b) $$K = E - E_0 = \frac{m c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m c^2 = \frac{1 \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{\sqrt{1-0{,}01^2}} - 1 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \approx 4{,}5003 \cdot 10^{12} \text{ Joule}$$

5.
   (a) $$K_{\text{Newton}} = \frac{m v^2}{2} = \frac{1 \cdot (0{,}5 \cdot 3 \cdot 10^8)^2}{2} \approx 1{,}13 \cdot 10^{16} \text{ Joule}$$

   (b) $$K = E - E_0 = \frac{m c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} - m c^2 = \frac{1 \cdot (3 \cdot 10^8)^2}{\sqrt{1-0{,}5^2}} - 1 \cdot (3 \cdot 10^8)^2 \approx 1{,}39 \cdot 10^{16} \text{ Joule}$$

6. Viloenergin (c) är den enda av de nämnda storheterna som är invariant, dvs. som alla inertialobservatörer är överens om. De övriga storheternas värden beror på hur man rör sig i förhållande till objektet i fråga, eftersom de alla innefattar farten v.

7. Massförändringen blir helt enkelt den tillförda energin dividerad med c^2:

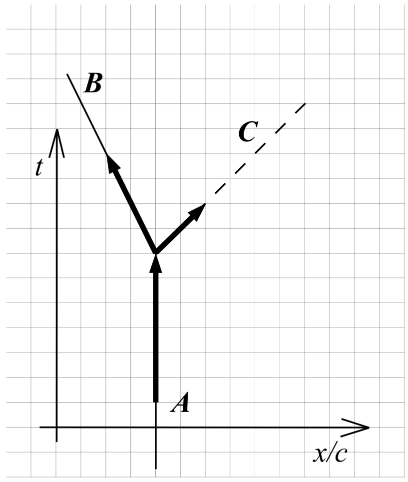
   $$\Delta m = \frac{\Delta E}{c^2} \approx 4{,}7 \cdot 10^{-13} \text{ kg}$$

8. $E = 100\,E_0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{m\,c^2}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = 100\,m\,c^2$

Om man ur detta löser ut hastigheten v erhålls

$v = \sqrt{0{,}9999}\,c \approx 0{,}99995\,c$

9.



(a) Världsvektorn till partikel C erhålls genom att subtrahera vektor B från vektor A.

(b) C rör sig med ljushastigheten och måste därför ha massa 0.

(c) Pythagoras sats tillämpad på B:s världsvektor ger:

$\sqrt{4^2 - 2^2} = \sqrt{12}$ rutenheter

A:s världsvektor är 6 rutenheter, vilket ska motsvara massa M. Alltså är B:s massa

$\dfrac{\sqrt{12}}{6} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \approx 0{,}58\,M$