Svar till instuderingsfrågor 5

Relativitetsteori
Sommarkurs, Fysikum

1.
   (a) Rumtidsavståndet mellan två tidslikt separerade händelser är den tid som förflyter mellan händelserna enligt en klocka som färdas med konstant hastighet från den ena händelsen till den andra. Observatörer som rör sig på annat sätt kommer inte anse att denna klocka går rätt – de anser att den går för långsamt enligt tidsdilatationseffekten – men de kommer alla vara överens om vad den faktiskt visar för tid när den passerar respektive händelse.

   (b) Rumtidsavståndet mellan två rumslikt separerade händelser (dvs. sådana som man *inte* kan färdas mellan) är sträckan mellan dem enligt en linjal som passerar händelserna samtidigt enligt sitt eget vilosystem. Observatörer som inte befinner sig i denna linjals vilosystem kommer inte anse att denna linjal är korrekt graderad – de anser att dess gradering sitter för tätt enligt längdkontraktionseffekten – men de kommer alla vara överens om vilken längd linjalen faktiskt visar mellan händelserna.

   Så här kan man också uttrycka skälet till att alla är eniga om rumtidsavstånden: Alla är överens om vad som verkligen händer i rumtiden. Därmed måste alla också vara överens om hur många gånger en klocka hinner ticka under sin färd mellan två händelser, eller hur många markeringar på en linjal som får plats mellan två händelser.

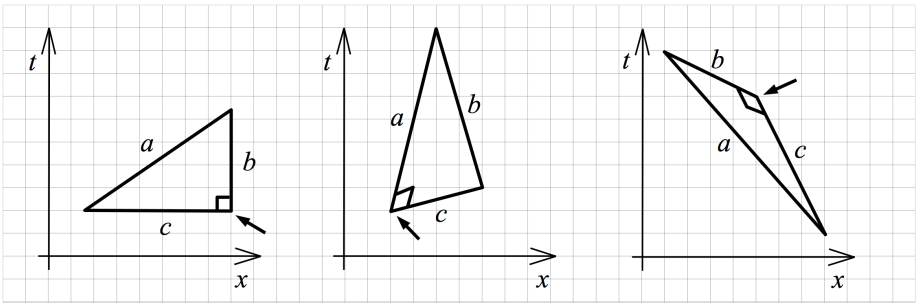
2. Ljusrektangeln associerad med två händelser är den rektangel i rumtidsdiagrammet vars alla sidor är ljuslika (dvs. 45 graderslinjer), och som har händelserna belägna i motsatta hörn. Ljusrektangelns area är relaterad till rumtidsavståndet mellan händelserna: ju större area desto större rumtidsavstånd.

3. d, b, a, c

   (Rumtidsavståndet d är ljuslikt och alltså lika med noll; b är kortare än a eftersom dessa avstånd är lika *på pappret*, men b lutar.)

4.
   (a) Två raka linjer i rumtidsdiagrammet bildar en rät vinkel med varandra om den ena är samtidighetslinje till den andra.

   (b)



$a^2 = c^2 - b^2$ $\qquad$ $b^2 = a^2 - c^2$ $\qquad$ $a^2 = c^2 - b^2$

5.

(a) Se t.ex. diagrammet i figur 3.8 på sid 47 i kursboken.

(b) T_{du} är den tid som förflyter för dig på rymdskeppet under resan från jorden till Vega (dvs. halva resan tur och retur). Om du har åldrats 10 år när du återvänder är $T_{\text{du}} = 5$ år.

T_{jord} är den tid som resan till Vega tar enligt jorden.

L är avståndet mellan jorden och Vega (enligt jorden), dvs. $L/c = 26$ ljusår.

Pythagoras sats ger

$$T_{\text{du}}^2 = T_{\text{jord}}^2 - \left(\frac{L}{c}\right)^2$$

ur vilket T_{jord} kan lösas ut:

$$T_{\text{jord}} = \sqrt{T_{\text{du}}^2 + \left(\frac{L}{c}\right)^2} = \sqrt{5^2 + 26^2} \approx 26{,}48 \text{ år}$$

Så totalt kommer den dubbla tiden – cirka 53 år – ha förflutit på jorden vid återkomsten.

(c) $$v = \frac{L}{T_{\text{jord}}} = \frac{26\,c}{26{,}48} \approx 0{,}982\,c$$

(d) För dig är avståndet till Vega längdkontraherat:

$$\frac{L'}{c} = \frac{L}{c}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 26\sqrt{1 - 0{,}982^2} \approx 4{,}9 \text{ ljusår}$$

(e) Tidsdilatationsformeln ger

$$T'_{\text{jord}} = T_{\text{du}}\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = 5\sqrt{1 - 0{,}982^2} \approx 0{,}94 \text{ år}$$

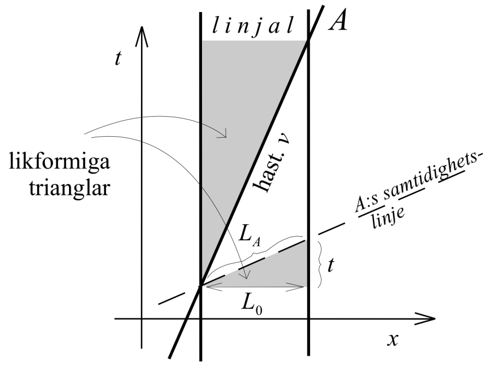
(Man kan även använda Pythagoras sats i en triangel där den sökta T'_{jord} är hypotenusa och där T_{du} och L'/c är katetrar.)

6. Se övre halvan av sid 88 i kursboken.

7. Betrakta en observatör A som med farten v far förbi en linjal i vila, se diagrammet till höger. Linjalens vilolängd är L_0, och den längd A uppfattar är L_A. Likformiga trianglar i diagrammet ger att $v = t / L_0$, så att $t = v\,L_0$. Pythagoras sats tillämpad på den nedre av de två markerade trianglarna ger då

$$L_A^2 = L_0^2 - t^2 = L_0^2 - v^2 L_0^2 = L_0^2(1 - v^2)$$

Så $L_A = L_0\sqrt{1 - v^2}$



8. Alla punkter på konstant avstånd r från origo uppfyller (i rumtiden) ekvationen $r^2 = x^2 - t^2$ eller $r^2 = t^2 - x^2$, dvs. de ligger på hyperblar, se diagrammet till höger.