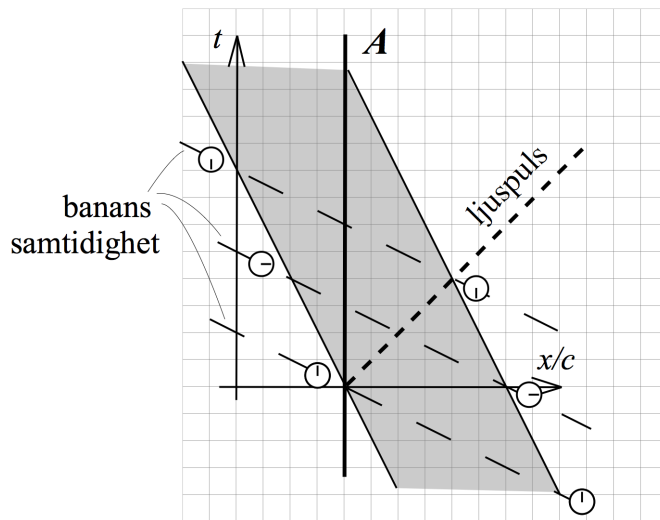


1.



2. För att mäta upp en hastighet krävs att man mäter upp en sträcka och en tid (den sträcka ett föremål färdas, och den tid detta tar). Eftersom olika observatörer inte är överens om sträckor och tider, kommer de då inte heller vara överens om hur snabbt två objekt rör sig i förhållande till varandra.

Så här kan man också formulera saken: Säg att föremål A rör sig bort från oss med farten v_A , och att föremål B rör sig bort från oss med farten v_B . Båda dessa hastighetsangivelser förutsätter vår samtidighet. Men om vi nu frågar oss med vilken fart föremål A anser att föremål B rör sig, så är det något som beror på föremål A 's samtidighet, vilken inte är densamma som vår. Därför kan vi inte få fram svaret genom att bara subtrahera v_A från v_B .

3. $v_A = 0,99c$, $v_B = 0,9c$

Spontant känner vi att vi vill *subtrahera* hastigheterna. Men eftersom hastigheterna är stora måste vi då istället använda formeln

$$v_{AB} = \frac{v_A - v_B}{1 - v_A v_B / c^2} = \frac{0,99c - 0,9c}{1 - 0,99 \cdot 0,9} \approx 0,83c$$

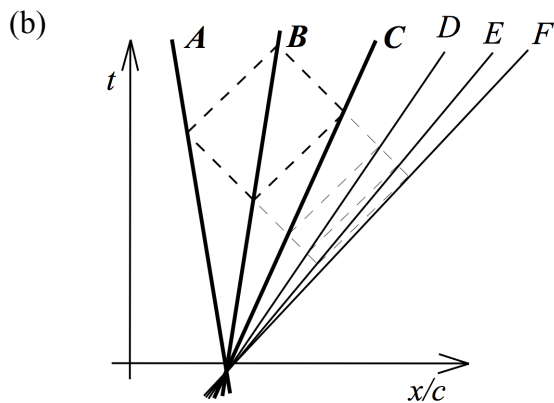
4. $v_A = 0,99c$, $v_B = 0,99c$

Spontant känner vi att vi vill *addera* hastigheterna. Men eftersom hastigheterna är stora måste vi då istället använda formeln

$$v_{AB} = \frac{v_A + v_B}{1 + v_A v_B / c^2} = \frac{0,99c + 0,99c}{1 + 0,99 \cdot 0,99} \approx 0,99995c$$

5.

- (a) Om man ritar upp ett diagram från B 's perspektiv, alltså ett där B är i vila, ser man att A och C måste röra sig åt varsitt håll med samma fart. Annars skulle inte ljuspulserna både kunna sändas ut från B i samma ögonblick och tas emot av B i samma ögonblick. (Jämför tankeexperimentet med observatören med speglarna och fotoblixtarna, figur 2.11 på sidan 26 i kursboken.)



6.

- (a) Tvilling A stannar kvar på jorden; tvilling B reser iväg och kommer tillbaka. Eftersom B har rört sig i förhållande till A under hela resan – först bortåt och sedan tillbaka – måste B :s klockor enligt tidsdilatationsformeln i varje ögonblick under hela resan ha gått långsammare än A :s klockor. Därför är B yngre än A vid återkomsten till jorden.

Men enligt B är det istället A hemma på jorden som har rört sig. Enligt tidsdilatationsformeln är det därför A :s klockor som har gått för långsamt i varje ögonblick under hela B :s resa. Därför måste det vara A som är yngst vid återkomsten.

Detta är en motsägelse: båda tvillingarna kan inte vara yngre än den andra.

- (b) Resonemanget i (a) är fel – situationen är inte symmetrisk mellan tvillingarna. Det som skiljer dem är att medan A befinner sig i ett och samma inertialsystem under hela scenariot, så gör inte B det: B utgör ett inertialsystem under bortfärden från jorden och ett annat under hemfärden. Det är visserligen korrekt, som påstås i resonemanget i (a), att A :s klockor går för långsamt enligt B såväl under B :s bortfärd som under B :s hemfärd. Men i det ögonblick B vänder hemåt (dvs. byter inertialsystem) så ändras B :s samtidighet, på så sätt att efter att B vänt jämför hen sin egen tid med A :s tid långt senare i A :s liv. Detta ”hopp” i B :s tidsjämförelse med A tappas bort i resonemanget i (a).
- (c) I detta scenario är det istället A som kommer att vara yngst när tvillingarna åter ses. Skälet är att det nu är A som har byter inertialsystem, medan B inte gör det. Det är därför B som i detta fall är den som kan tillämpa tidsdilatationsformeln rakt av.

7. Den korrekta relativa hastigheten ges av

$$v_{AB} = \frac{2v}{1 + v^2/c^2}$$

Att felet i hastighetsangivelsen $2v$ ska vara mindre än 1% innebär att

$$\frac{2v - v_{AB}}{v_{AB}} < 0,01$$

vilket är samma sak som

$$2v < 1,01 v_{AB}$$

Sätt in uttrycket ovan för v_{AB} och lös ut v ur olikheten! Resultatet blir $v < 0,1c$.