

Tidsdilatation och rumtidsgeometri

1. Stjärnan Sirius befinner sig på avståndet 8,6 ljusår från jorden. Astronauten Kalle vill besöka dess planetsystems invånare. Han sänder iväg ett radiomeddelande till Siriusianerna för att anmäla sin ankomst och beger sig omedelbart därefter iväg från jorden. Hans rymdskepp håller konstant fart, och när Kalle når fram har han åldrats 3 år sedan avresan. Hur lång tid har Siriusianerna på sig för att förbereda välkomstceremonin?
2. Tvillingarna Castor och Pollux ger sig samtidigt iväg från jorden på var sin resa – de ska besöka "sina" respektive stjärnor med samma namn i stjärnbilden tvillingarna. Stjärnan Castor ligger på avståndet 46 ljusår från jorden, medan stjärnan Pollux bara ligger 35 ljusår bort. Castor färdas tur och retur till sin stjärna med farten $0,95c$, och Pollux färdas tur och retur till sin med farten $0,9c$.
 - a) Vem kommer tillbaka till jorden först, och hur länge får han vänta på sin tvilling?
 - b) Vad är skillnaden i ålder mellan tvillingarna när båda har kommit tillbaka?
3. År 2400 ger sig en grupp människor iväg från jorden för att kolonisera en planet vid stjärnan Aldebaran i Oxens stjärnbild, 68 ljusår bort. De färdas hela sträckan med 99 % av ljusets hastighet.

År 2409 träffas jorden av en väldig komet som utplånar allt mänskligt liv. Precis innan hinner jordmänniskorna få iväg ett radiomeddelande till kolonisterna (som färdas till dem med ljushastigheten c). Hur mycket har kolonisterna åldrats sedan de lämnade jorden när de nås av budet om jordens undergång?

4. En expedition ger sig iväg för att leta efter utomjordiskt liv i universum. De styr kosan mot Vintergatans centrum, och håller den konstanta farten $0,95c$. Efter att 200 år förflutit på jorden nås vi av ett sista radiomeddelande från dem: "Hjälp! Vi är övermannade av spindelliknande varelser med antenner!"
 - a) Hur lång tid hade gått på jorden när den tragiska händelsen inträffade?
 - b) Hur lång tid hade gått ombord på rymdskeppet när det övermannades?

5. På nyårsdagen år 2500 ger sig astronauten Astrid iväg på upptäcktsfärd i rymden. Hon far iväg med farten $0,6c$. Efter 4 års resa bort från jorden (enligt henne själv) bevittnar hon en direktsänd tv-utsändning av ett nyårsfirande på jorden. Detta får henne att börja längta hem. Hon vänder rymdskeppet och styr tillbaka mot jorden med samma fart som tidigare, och är hemma efter ytterligare 4 år.
- Hur lång tid har förflutit på jorden under hennes frånvaro?
 - Vilket nyårsfirande var det Astrid såg på tv innan hon vände?
 - Under hela hemfärden sitter Astrid framför tv:n och fnissar när hon bevittnar de kontinuerligt direkt utsända tv-programmen från jorden. Hur många gånger för snabbt rör sig allt på Astrids tv-ruta under hennes hemfärd?
6. Castor och Pollux far iväg från jorden i motsatta riktningar, var och en med farten $0,5c$. Efter att en timme förflutit för Castor börjar han längta efter sin bror Pollux, och skickar ett radiomeddelande till honom.
- Rita ett rumtidsdiagram ur Pollux system. Diagrammet ska innehålla jorden, Castor, Pollux, samt radiomeddelandet. Notera vilken hastighet jorden samt Castor har i diagrammet.
 - Hur lång tid har gått för Pollux sedan de skildes när meddelandet når fram till honom?
7. Tvillingarna Astrid och Stella har tröttnat på jorden, och bestämmer sig för att bosätta sig på en planet vid stjärnan α -Centauri, 4 ljusår bort. Astrid reser först, och håller under hela resan farten $0,80c$. 6 år efter Astrids avfärd reser Stella. Rymdtekniken har då utvecklats, och Stellas rymdskepp färdas hela sträckan med farten $0,96c$. Hur mycket har respektive tvilling åldrats sedan de skiljdes åt, då de återreser på α -Centauri, och hur mycket skiljer sig deras ålder åt?
8. Arvid är på dagen ett år äldre än sin syster Beata. Syskonen bestämmer sig för att fira sina 30 årsdagar tillsammans. Ett av syskonen ger sig sålunda iväg på en lång resa i ett rymdskepp som maximalt kan komma upp i farten $0,8c$. Vem av dem är det som reser, och hur lång tid innan 30-årsdagen måste han eller hon senast ge sig iväg för att hinna tillbaka till den gemensamma festen?